

This Question Paper contains 20 printed pages
(Part - A & Part - B)

Sl.No.

050 (G)
(FEBRUARY-MARCH, 2025)
(SCIENCE STREAM)
(CLASS - XII)

આ પેપરની સેટ નંબર ૬૨ની
સામેનું વર્તુળ OMR શીટમાં
ઘટ્ટ કરવાનું રહે છે.
Set No. of Question Paper,
circle against which is to be
darken in OMR sheet.

15

Part - A : Time : 1 Hour / Marks : 50

Part - B : Time : 2 Hours / Marks : 50

(Part - A)

[Maximum Marks : 50

Time : 1 Hour]

સૂચનાઓ :

- 1) આ પ્રશ્નપત્રના ભાગ - A માં હેતુલક્ષી પ્રકારના 50 પ્રશ્નો છે. બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.
- 2) પ્રશ્નોની ક્રમ સંખ્યા 1 થી 50 છે અને દરેક પ્રશ્નનો 1 ગુણ છે.
- 3) કાળજીપૂર્વક દરેક પ્રશ્નનો અભ્યાસ કરી સાચો વિકલ્પ પસંદ કરીને OMR શીટમાં જવાબ લખવો.
- 4) આપને અલગથી આપેલા OMR શીટમાં જે તે પ્રશ્ન નંબર સામે (A) O, (B) O, (C) O, (D) O આપેલા છે. તે પ્રશ્નનો જે જવાબ સાચો હોય તેના વિકલ્પ પરના વર્તુળને બોલપેનથી પૂર્ણ ઘટ્ટ ● કરવાનું રહેશે.
- 5) રફ કાર્ય હેતુ આ પ્રશ્નપત્રમાં જ આપેલી જગ્યા પર કરવાનું રહેશે.
- 6) પ્રશ્નપત્રમાં ઉપરની જમણી બાજુમાં આપેલા પ્રશ્નપત્ર સેટ નં. ને OMR શીટમાં આપેલી જગ્યામાં લખવાનું રહેશે.
- 7) વિદ્યાર્થીઓ જરૂર જણાય ત્યાં સાદા કેલ્ક્યુલેટર અને લોગ ટેબલનો ઉપયોગ કરી શકશે.
- 8) આ પ્રશ્નપત્રમાં વપરાયેલ સંજ્ઞાઓને તેના પ્રચલિત અર્થ છે.

1) જો શ્રેણીક A એ સંમિત અને વિસંમિત બંને હોય, તો

- (A) A વિકર્ણ શ્રેણિક છે.
- (B) A શૂન્ય શ્રેણિક છે.
- (C) A ચોરસ શ્રેણિક છે.
- (D) આમાંથી એક પણ નહીં

રફ કાર્ય

2) જો α નું મૂલ્ય હોય તો $A + A' = I$, જ્યાં $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$

(A) $\frac{\pi}{6}$

(B) π

(C) $\frac{\pi}{3}$

(D) $\frac{3\pi}{2}$

3) X, Y અનુક્રમે $2 \times n$ અને $2 \times p$ કક્ષાવાળા શ્રેણિક છે, જો $n = p$ હોય તો $7X - 5Y$ ની કક્ષા = _____.

(A) $p \times 2$

(B) $n \times 3$

(C) $2 \times n$

(D) $p \times n$

4) જો $(-2, 0), (0, 4), (0, k)$ શિરોબિંદુવાળા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ 4 ચોરસ એકમ હોય તો k નું મૂલ્ય = _____.

(A) -8

(B) $0, -8$

(C) $0, 8$

(D) આપેલ એક પણ નહીં

5) જો $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો $A^{-1} =$ _____.

(A) $\frac{1}{5} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$

(B) $\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

(C) $\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

(D) $\frac{1}{5} \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$

રફ કાર્ય

$$\begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha & -\cos \alpha \sin \alpha + \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\begin{array}{r} \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & k \\ 0 & k & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{array}{l} 2(u-k) \\ 5 = \frac{1}{2}(k+2k) \\ 8 = \frac{1}{2}(k+2k) \\ 2k = k \end{array} \end{array}$$

રફ કાર્ય

6) જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \\ 5 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ એ 3×3 કક્ષાવાળો ચોરસ શ્રેણિક હોય તો

$|\text{adj } A| = \underline{\hspace{2cm}}$.

(A) -3

(B) -9

(C) 3

(D) 9

7) જો $0 \leq \theta \leq 2\pi$ માટે $A = \begin{bmatrix} 1 & \sin \theta & 1 \\ -\sin \theta & 1 & \sin \theta \\ -1 & -\sin \theta & 1 \end{bmatrix}$ હોય તો.

(A) $\det(A) = 0$ (B) $\det(A) \in (2, 4)$ (C) $\det(A) \in (2, \infty)$ (D) $\det(A) \in [2, 4]$

8) $f(x) = \begin{cases} \frac{k \cos x}{3\pi - 2x} & ; x \neq \frac{3\pi}{2} \\ 3 & ; x = \frac{3\pi}{2} \end{cases}$ એ $x = \frac{3\pi}{2}$ આગળ f સતત હોય તો

$k = \underline{\hspace{2cm}}$.

(A) 6

(B) 3

(C) -6

(D) -3

9) જો $x = a(\theta - \sin \theta)$ અને $y = a(1 - \cos \theta)$ હોય તો $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(A) $-\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$ (B) $\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$ (C) $\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$ (D) $-\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$

કે સિને
 $\frac{dy}{dx} = \frac{2a \cos \frac{\theta}{2}}{2a \sin \frac{\theta}{2}}$

10) $\frac{d}{dx}(\sin(\log_7 x)) = \underline{\hspace{2cm}} ; (x > 0)$

(A) $\frac{\cos(\log_7 x)}{x}$

(B) $\frac{\cos(\log_7 x)}{x \log 7}$

(C) $\frac{\cos(\log x)}{\log 7}$

(D) $\frac{\cos(\log x)}{x}$

11) એક વસ્તુના x એકમના વેચાણથી મળતી કુલ આવક (રૂપિયામાં) $R(x) = 3x^2 + 36x + 5$ દ્વારા મળે છે. જ્યારે $x = 10$ હોય ત્યારે થતી સીમાંત આવક રૂ. $\underline{\hspace{2cm}}$ થાય.

(A) 116

(B) 90

(C) 96

(D) 126

12) નીચે આપેલા અંતરાલો પૈકી કયા અંતરાલમાં $y = x^2 \cdot e^{-x}$ વધતું વિધેય છે?

(A) $(-\infty, \infty)$

(B) $(2, \infty)$

(C) $(-2, 0)$

(D) $(0, 2)$

13) વિધેય $f(x) = \frac{1-x+x^2}{1+x+x^2}; x \in \mathbb{R}$ ની ન્યૂનતમ કિંમત $\underline{\hspace{2cm}}$ છે.

(A) 0

(B) $\frac{1}{3}$

(C) 1

(D) 3

રફ કાર્ય
 $\frac{\cos(\log_7 x)}{x}$

6x+36

10) $\frac{d}{dx}(\sin(\log_7 x)) = \underline{\hspace{2cm}} ; (x > 0)$

(A) $\frac{\cos(\log_7 x)}{x}$

(B) $\frac{\cos(\log_7 x)}{x \log 7}$

(C) $\frac{\cos(\log x)}{\log 7}$

(D) $\frac{\cos(\log x)}{x}$

11) એક વસ્તુના x એકમના વેચાણથી મળતી કુલ આવક (રૂપિયામાં) $R(x) = 3x^2 + 36x + 5$ દ્વારા મળે છે. જ્યારે $x = 10$ હોય ત્યારે થતી સીમાંત આવક રૂ. _____ થાય.

(A) 116

(B) 90

(C) 96

(D) 126

12) નીચે આપેલા અંતરાલો પૈકી કયા અંતરાલમાં $y = x^2 \cdot e^{-x}$ વધતું વિધેય છે?

(A) $(-\infty, \infty)$

(B) $(2, \infty)$

(C) $(-2, 0)$

(D) $(0, 2)$

13) વિધેય $f(x) = \frac{1-x+x^2}{1+x+x^2}; x \in \mathbb{R}$ ની ન્યૂનતમ કિંમત _____ છે.

(A) 0

(B) $\frac{1}{3}$

(C) 1

(D) 3

રફ કાર્ય

$$\frac{\cos(\log_7 x)}{x}$$

6x+36

- 14) એક સમબાજુ ત્રિકોણની પ્રત્યેક બાજુ વધવાનો દર 8 સેમી/કલાક છે. તેની બાજુની લંબાઈ 2 સેમી હોય ત્યારે ક્ષેત્રફળ વધવાનો દર = ___ cm²/hr.

(A) $8\sqrt{3}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

(C) $4\sqrt{3}$

(D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

15) $\int \frac{x^9}{(4x^2+1)^6} dx = \text{---} + C.$

(A) $\frac{1}{5x} \left(4 + \frac{1}{x^2} \right)^{-5}$

(B) $\frac{1}{10x} \left(\frac{1}{x^2} + 4 \right)^{-5}$

(C) $\frac{1}{5} \left(4 + \frac{1}{x^2} \right)^{-5}$

(D) $\frac{1}{10} \left(\frac{1}{x^2} + 4 \right)^{-5}$

16) $\int \frac{\sin^{24} x}{\cos^{26} x} dx = \text{---} + C.$

(A) $\frac{\tan^{24} x}{24}$

(B) $\frac{\tan^{26} x}{26}$

(C) $\frac{\tan^{25} x}{25}$

(D) $\frac{\tan^{27} x}{27}$

રફ કાર્ય

$$\frac{dA}{dt} = 8 \text{ cm/hr}$$

$$s = 2$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\sqrt{3}}{4} s^2 \right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} s \frac{ds}{dt}$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 \cdot 8$$

$$= 8\sqrt{3}$$

$$\tan^{24} x = \frac{1}{\cos^{24} x} \sec^{24} x$$

$$\text{use same } \frac{25}{24}$$

$$17) \int \frac{\sin x}{3+4\cos^2 x} dx = \text{_____} + C.$$

(A) $\log(3+4\cos^2 x)$

(B) $\frac{1}{2\sqrt{3}} \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}\sec x}{2}\right)$

(C) $-\frac{1}{2\sqrt{3}} \tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{\sqrt{3}}\right)$

(D) $\frac{1}{2\sqrt{3}} \tan^{-1}\left(\frac{2\cos x}{\sqrt{3}}\right)$

$$18) \int \frac{e^x(1+x)}{\cos^2(x \cdot e^x)} dx = \text{_____} + C.$$

(A) $-\cot(x \cdot e^x)$

(B) $\tan(e^x)$

(C) $\tan(x \cdot e^x)$

(D) $\cot(e^x)$

19) f એ $[-a, a]$ પર સતત અને યુગ્મ વિધેય છે. $\int_{-a}^a f(x) dx = 2026$ તો

$$\int_{-a}^0 f(x) dx = \text{_____}.$$

(A) 1013

(B) 0

(C) 1023

(D) 2026

$x \cdot e^x = t$
 $x \cdot e^x \cdot e^x = \frac{dt}{dx}$
 $e^{2x} (1+x) dx = dt$
 $\frac{1}{\cos^2 t} dt$
 $\int \sec^2 t dt$
 $\tan t = \tan(x \cdot e^x)$

રફ કાર્ય

$$20) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \left(\frac{4 + 3 \sin x}{4 + 3 \cos x} \right) dx = \underline{\hspace{2cm}}$$

(A) 2

(B) 0

(C) $\frac{3}{4}$

(D) -2

$$21) \int \frac{dx}{e^x + e^{-x}} = \underline{\hspace{2cm}} + C.$$

(A) $\tan^{-1}(e^x)$ (B) $\log(e^x - e^{-x})$ (C) $\tan^{-1}(e^{-x})$ (D) $\log(e^x + e^{-x})$

$$22) \int (x+1)e^x dx = \underline{\hspace{2cm}} + C.$$

(A) e^x (B) x (C) $x e^x$ (D) $(x+1)e^x$

23) વર્તુળ $x^2 + y^2 = 4$ અને રેખા $x=0, x=2$ વડે પ્રથમ ચરણમાં આવેલ પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ = .

(A) π (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

$$\frac{1}{e^x + e^{-x}}$$

$$e^x = t$$

$$e^x dx = dt$$

$$\int (e^x + 1)e^{2x} dx$$

$$\frac{e^{2x}}{2} + e^x$$

$$\int_0^2 y dx$$

$$\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{x}{2} \sqrt{4-x^2} + \frac{2^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{2} \right]_0^2$$

$$\frac{1}{4} \left[\frac{2 \cdot 2}{2} \times 0 + 2 \sin^{-1} 1 \right]$$

$$\frac{1}{4} \left[0 + \pi \times \frac{1}{2} \right]$$

રફ કાર્ય

24) $y = \sin x$, $x = -\frac{\pi}{2}$ થી $x = \frac{\pi}{2}$ વચ્ચે આવૃત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ = _____.

(A) 0

(B) 2

(C) 1

(D) 3

25) વક્ર $y = x^3$, X-અક્ષ રેખાઓ $x = -2$ અને $x = 1$ વડે આવૃત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ = _____.

(A) -9

(B) $\frac{15}{4}$ (C) $-\frac{15}{4}$ (D) $\frac{17}{4}$

26) વિકલ સમીકરણ

$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \cos\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$ ની કક્ષા = _____.

(A) 3

(B) 2

(C) 1

(D) અવ્યાખ્યાયિત

27) $\frac{dx}{dy} = h\left(\frac{x}{y}\right)$ પ્રકારના સમપરિમાણ વિકલ સમીકરણનો ઊકેલ કયા આદેશ દ્વારા મેળવી શકાય?

(A) $y = vx$ (B) $x = vy$ (C) $v = yx$ (D) $x = v$

રફ કાર્ય

28) વિકલ સમીકરણ $(1-y^2)\frac{dx}{dy} + yx = ay$, $(-1 < y < 1)$ નો સંકલ્પકારક

અવયવ = _____.

(A) $\frac{1}{y^2-1}$

(B) $\frac{1}{1-y^2}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{y^2-1}}$

(D) $\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$

29) વિકલ સમીકરણ $\frac{dy}{dx} = e^{x-y}$ નો વ્યાપક ઉકેલ _____ થાય.

(A) $e^y - e^x = C$

(B) $e^x + e^y = C$

(C) $e^y + e^x = C$

(D) $e^{-x} + e^y = C$

30) જો $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ અને $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ તો સદિશ $\vec{a} + \vec{b}$ અને $\vec{a} - \vec{b}$ વચ્ચેના ખૂણાનું માપ = _____.

(A) 0

(B) π

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{\pi}{3}$

31) સદિશ $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ નો સદિશ $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ પરનો પ્રક્ષેપ = _____.

(A) $\frac{3\sqrt{6}}{5}$

(B) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

(C) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

(D) $\frac{5\sqrt{6}}{3}$

$\frac{e^x}{e^y} = C$

32-8-16 (B)
 $\vec{a} + \vec{b} = (5+1, -1+3, -3-5) = (6, 2, -8)$
 $\vec{a} - \vec{b} = (5-1, -1-3, -3+5) = (4, -4, 2)$
 $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{6^2 + 2^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$
 $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{4^2 + 4^2 + 2^2} = \sqrt{36} = 6$
 $\cos \theta = \frac{(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})}{|\vec{a} + \vec{b}| |\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{6 \cdot 4 + 2 \cdot (-4) + (-8) \cdot 2}{10 \cdot 6} = \frac{24 - 8 - 16}{60} = \frac{0}{60} = 0$
 $\theta = \frac{\pi}{2}$

સદિશ $\vec{a} = (2, 3, 2)$
સદિશ $\vec{b} = (1, 2, 1)$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 10$
 $|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{17}$
 $|\vec{b}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{6}$
 $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{10}{\sqrt{17} \sqrt{6}} = \frac{10}{\sqrt{102}}$
 $\theta = \cos^{-1} \left(\frac{10}{\sqrt{102}} \right)$

32) જો \vec{a} શૂન્યેતર સદિશ હોય અને તેનું માન 'a' હોય અને λ શૂન્યેતર સદિશ હોય, તો λ ની કઈ કિંમત માટે $\lambda\vec{a}$ એકમ સદિશ થાય?

(A) $a = \frac{1}{|\lambda|}$

(B) $a = |\lambda|$

(C) $\lambda = -1$

(D) $\lambda = 1$

33) શિરોબિંદુઓ A(1,1, 2), B(2, 3, 5) અને C(1, 5, 5) વાળા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ = _____.

(A) $\frac{\sqrt{41}}{2}$

(B) $\frac{\sqrt{61}}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{51}}{2}$

(D) $\frac{\sqrt{71}}{2}$

34) જો θ કોઈ પણ બે સદિશો \vec{a} અને \vec{b} વચ્ચેનો ખૂણો હોય તો $\theta =$ _____ માટે $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$

(A) 0

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\frac{\pi}{4}$

(D) π

35) $\vec{a} = \hat{i} - 7\hat{j} + 7\hat{k}$ અને $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ હોય તો $|\vec{a} \times \vec{b}| =$ _____.

(A) $19\sqrt{2}$

(B) 0

(C) 19

(D) 38

$\frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{BC}|$
 $AB = (1, 2, 3) \sqrt{14}$
 $BC = (-1, 2, 0) \sqrt{5}$
 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 1(-3) - (-2)(9) + (-3) + 6 + 12 = 15$

$\begin{vmatrix} 1 & -7 & 7 \\ 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$
 $1(-14 + 14) - (-7)(2-2) + 7(-2+21)$
 $= 133$

36) બિંદુ $(-2, 4, -5)$ માંથી પસાર થતી અને રેખા $\frac{x+3}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+8}{6}$ ને સમાંતર રેખાનું કાર્તેઝીય સમીકરણ = _____.

(A) $\frac{x+2}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+5}{6}$

(B) $\vec{r} = (-2, 4, -5) + k(3, 5, 6); k \in \mathbb{R}$

(C) $\frac{x+2}{3} = \frac{y+4}{5} = \frac{z-5}{6}$

(D) $\vec{r} = (-2, -4, 5) + k(3, 5, 6); k \in \mathbb{R}$

37) રેખાઓ $\frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+3}{4}$ અને $\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$ વચ્ચેનો ખૂણો = _____.

(A) $\cos^{-1}\left(\frac{8\sqrt{3}}{15}\right)$

(B) $\cos^{-1}\left(\frac{2\sqrt{3}}{5}\right)$

(C) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{5}\right)$

(D) $\cos^{-1}\left(\frac{4\sqrt{3}}{15}\right)$

38) જો રેખાના દિગ્ગુણોત્તર $-18, 12, -4$ હોય તો તેની દિગ્ગુણોત્તર = _____.

(A) $-18, 12, -4$

(B) $\frac{-9}{11}, \frac{6}{11}, \frac{-2}{11}$

(C) $-9, 6, -2$

(D) $\frac{-9}{22}, \frac{6}{22}, \frac{-2}{22}$

Handwritten work for question 37:

$$\begin{aligned} & \vec{r}_1 = \frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+3}{4} \\ & \vec{r}_2 = \frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2} \end{aligned}$$

Direction vectors: $\vec{d}_1 = (3, -5, 4)$, $\vec{d}_2 = (1, 1, 2)$

Dot product: $\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 = 3(1) + (-5)(1) + 4(2) = 3 - 5 + 8 = 6$

Magnitudes: $|\vec{d}_1| = \sqrt{3^2 + (-5)^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 25 + 16} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

$|\vec{d}_2| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{1 + 1 + 4} = \sqrt{6}$

$\cos \theta = \frac{6}{5\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{6}{5\sqrt{12}} = \frac{6}{5 \cdot 2\sqrt{3}} = \frac{3}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{5}$

Angle: $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{5}\right)$

Handwritten work for question 38:

Direction ratios: $-18, 12, -4$

Direction cosines: $\frac{-18}{\sqrt{18^2 + 12^2 + 4^2}}, \frac{12}{\sqrt{18^2 + 12^2 + 4^2}}, \frac{-4}{\sqrt{18^2 + 12^2 + 4^2}}$

Denominator: $\sqrt{324 + 144 + 16} = \sqrt{484} = 22$

Direction cosines: $\frac{-18}{22}, \frac{12}{22}, \frac{-4}{22} = \frac{-9}{11}, \frac{6}{11}, \frac{-2}{11}$

39) સુરેખ આયોજનનાં પ્રશ્નમાં $Z = px + qy$, $p, q > 0$. એ સીમીત શક્ય ઉકેલ પ્રદેશનાં શિરોબિંદુઓ $(0, 10)$ અને $(5, 5)$ એ Z નું મૂલ્ય 90 અને 60 છે. તો p અને q વચ્ચેનો સંબંધ = _____.

(A) $p = 3q$

(B) $q = 2p$

(C) $q = 3p$

(D) $p = 2q$

40) હેતુલક્ષી વિધેય $Z = -50x + 20y$ નાં શક્ય ઉકેલનાં શિરોબિંદુઓ $(0, 5)$, $(0, 3)$, $(1, 0)$ અને $(6, 0)$ છે, તો Z નું ન્યૂનતમ મૂલ્ય = _____.

(A) -100

(B) -300

(C) -200

(D) -500

41) જો $P(A) = 0.8$, $P(B) = 0.5$, અને $P(B/A) = 0.4$ હોય તો $P(A/B) = \underline{\hspace{1cm}}$.

(A) 0.16

(B) 0.64

(C) 0.32

(D) 0.40

42) A સત્ય બોલે છે, તેની સંભાવના $\frac{4}{5}$ છે. એક સિક્કો ઉછાબ્યો છે. A માહિતી આપે છે કે છાપ મળી છે. ખરેખર છાપ હતી તેની સંભાવના _____ હોય.

(A) $\frac{4}{5}$

(B) $\frac{1}{5}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{2}{5}$

રફ કાર્ય

$$\begin{aligned}
 &10p - 50q = 90 \\
 &5p - 10q = 60 \\
 \hline
 &5p + 10q = 90 \\
 &5p - 10q = 60 \\
 \hline
 &20q = 30 \\
 &q = \frac{3}{2} \\
 &10p - 50 \left(\frac{3}{2}\right) = 90 \\
 &10p - 75 = 90 \\
 &10p = 165 \\
 &p = \frac{33}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(A/B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \\
 0.4 \times 0.5 &= \frac{P(A \cap B)}{0.5} \\
 P(A/B) &= \frac{0.32}{0.5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(B/A) &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \\
 &= \frac{0.32}{0.8} \\
 &= 0.4
 \end{aligned}$$

43) સંબંધ R એ ગણ N પર $R = \{(a, b) \mid a = b - 2, b > 6\}$ દ્વારા આપેલ છે.

(A) $(2, 4) \in R$

(B) $(6, 8) \in R$

(C) $(3, 8) \in R$

(D) $(8, 7) \in R$

44) જો $f(x) = (1 - x^3)^{\frac{1}{3}}$, તો $f \circ f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(A) x

(B) $-x$

(C) $\frac{1}{x}$

(D) $-\frac{1}{x}$

45) ગણ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ થી $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ સુધીનાં તમામ વ્યાપ્ત વિધેયોની સંખ્યા = $\underline{\hspace{2cm}}$.

(A) 5^2

(B) $5!$

(C) 2^5

(D) 2^{25}

46) $\sin^{-1} \left\{ \cos \left(\sin^{-1} \frac{1}{2} \right) \right\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(A) $\frac{\pi}{3}$

(B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{6}$

(D) $-\frac{\pi}{3}$

રફ કાર્ય

$$\begin{aligned} f(f(x)) &= f((1-x^3)^{\frac{1}{3}}) \\ &= f(1-x) \\ &= -x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin^{-1} \left\{ \cos \left(\sin^{-1} \frac{1}{2} \right) \right\} \\ \sin^{-1} \left\{ \cos \frac{\pi}{6} \right\} \\ \sin^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\pi}{3} \end{aligned}$$

रफ़ कार्य

47) $\sin^{-1}(1-x) - 2\sin^{-1}x = \frac{\pi}{2}$, तब $x =$ _____.

(A) $0, \frac{1}{2}$

~~(B)~~ 0

(C) $1, \frac{1}{2}$

(D) $\frac{1}{2}$

48) $\tan^{-1}\left(\tan\left(\frac{13\pi}{6}\right)\right) + \cot^{-1}\left(\cot\left(\frac{7\pi}{3}\right)\right) =$ _____.

(A) $\frac{\pi}{3}$

(B) 0

(C) $\frac{\pi}{6}$

~~(D)~~ $\frac{\pi}{2}$

49) $\sin\left(\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right) =$ _____.

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{1}{4}$

(C) 1

(D) $\frac{1}{3}$

50) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ तब $A^2 =$ _____.

(A) $[0]_{3 \times 3}$

(B) A

~~(C)~~ I_3

(D) $-A$

$\frac{\pi}{2} - 2 \times 0$

$\frac{\pi}{2}$

$\frac{13\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} = \frac{13\pi + 4\pi}{6} = \frac{17\pi}{6}$

$\frac{17\pi}{6} - 2\pi = \frac{17\pi - 12\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

$\frac{5\pi}{6}$

$\frac{\pi}{3}$

$2\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{12\pi + \pi}{6} = \frac{13\pi}{6}$

$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi + \pi}{6} = \frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$

$\sin\left(\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi + \pi}{6} = \frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Time : 2 Hours]

(Part - B)

સૂચનાઓ :

[Maximum Marks : 50

- 1) સ્પષ્ટ વંચાય તેવું હસ્તલેખન જાળવવું.
- 2) આ પ્રશ્નપત્રના ભાગ - B માં ત્રણ વિભાગ છે. અને 1 થી 27 પ્રશ્નો આપેલા છે.
- 3) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે. આંતરિક વિકલ્પો આપેલા છે.
- 4) પ્રશ્નની જમણી બાજુના અંક તેના ગુણ દર્શાવે છે.
- 5) નવો વિભાગ નવા પાના પર લખવો.
- 6) પ્રશ્નોના જવાબ ક્રમમાં લખવા.
- 7) વિદ્યાર્થીઓ જરૂર જણાય ત્યાં સાદા કેલ્ક્યુલેટર અને લોગ ટેબલનો ઉપયોગ કરી શકશે.
- 8) સુરેખ આયોજનના પ્રશ્નમાં આલેખપત્રનો ઉપયોગ કરવો.

વિભાગ - A

- નીચે આપેલા પ્રશ્ન નંબર 1 થી 12 માંથી ગમે તે 8 પ્રશ્નોની ગણતરી કરી ટૂંકમાં જવાબ આપો. (દરેક પ્રશ્નના 2 ગુણ)
- [16]

1) સાબિત કરો : $\cos^{-1} \frac{12}{13} + \sin^{-1} \frac{3}{5} = \sin^{-1} \frac{56}{65}$. [2]

2) સાબિત કરો : $\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} \right) = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \cos^{-1} x, -\frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq 1$. [2]

3) $\frac{dy}{dx}$ શોધો : $\sin^2 y + \cos(xy) = k$. [2]

4) $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$ શોધો. [2]

5) ઉપવલય $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ થી આવૃત્ત પ્રદેશનું ક્ષેત્રફળ શોધો. [2]

6) $y = |x + 2|$ નું આલેખન કરો. $\int_{-4}^0 |x + 2| dx$ નું મૂલ્ય મેળવો. [2]

7) બિંદુ $(1, -1)$ માંથી પસાર થતો વિકલ સમીકરણ $xy \frac{dy}{dx} = (x + 2)(y + 2)$ નો ઉકેલ વક્ર શોધો. [2]

8) જો $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ અને $\vec{c} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ હોય તો સદિશ $2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$ ને સમાંતર એકમ સદિશ શોધો. [2]

9) રેખા l_1 અને l_2 $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda (2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ અને $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ વચ્ચેનું અંતર શોધો. [2]

10) બિંદુ $(1, 2, -4)$ માંથી પસાર થતી અને બે રેખાઓ $\frac{x-8}{3} = \frac{y+19}{-16} = \frac{z-10}{7}$ તથા $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5}$ ને લંબ હોય તેવી રેખાનું સદિશ સમીકરણ શોધો. [2]

11) એક સમતોલ પાસાને બે વખત ફેંકવામાં આવે છે. ઘટના A, 'પ્રથમ પ્રયત્ને અયુગ્મ સંખ્યા મળે' ઘટના B, 'બીજા પ્રયત્ને અયુગ્મ સંખ્યા મળે, તેમ હોય, તો ઘટનાઓ A અને B નિરપેક્ષ છે કે કેમ તે ચર્ચાસો. [2]

12) યાદચ્છિક રીતે પસંદ કરેલ લીપ વર્ષમાં 53 મંગળવાર હોય તેની સંભાવના કેટલી? [2]

વિભાગ - B

- નીચે આપેલા પ્રશ્ન નંબર 13 થી 21 માંથી ગમે તે 6 પ્રશ્નોની ગણતરી કરી જવાબ આપો. [18]
(દરેક પ્રશ્નના 3 ગુણ)

13) $A = \mathbb{R} - \{-1\}$ અને $B = \mathbb{R} - \{1\}$ છે. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ દ્વારા વ્યાખ્યાયિત વિધેય $f: A \rightarrow B$ નો વિચાર કરો. શું f એક એક અને વ્યાપ્ત છે? તમારા જવાબનું સમર્થન કરો. [3]

14) $\begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$ શ્રેણિકને એક સંમિત અને એક વિસંમિત શ્રેણિકના સરવાળા તરીકે અભિવ્યક્ત કરો. [3]

15) જો $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ આપેલ હોય તો $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ ની ચકાસણી કરો. [3]

16) જો $2x = y^{\frac{1}{m}} + y^{-\frac{1}{m}}$, ($m \in \mathbb{R}$, $m > 1$) તો સાબિત કરો કે $(x^2-1)y_2 + xy_1 = m^2y$. [3]

17) વિધેય $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ કયા અંતરાલમાં
a) વધે
b) ઘટે તે નક્કી કરો. [3]

18) ધારો કે $\vec{a} = \hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$ અને $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ છે. સદિશો \vec{a} અને \vec{b} ને લંબ હોય તથા $\vec{c} \cdot \vec{d} = 15$ થાય તેવો સદિશ \vec{d} શોધો. [3]

19) જો બે રેખાનાં સદિશ સમીકરણ $\vec{r} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k}$ અને $\vec{r} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k}$ હોય, તે રેખાઓ વચ્ચેનું લઘુત્તમ અંતર શોધો. [3]

20) નીચે આપેલ સુરેખ આયોજનનો પ્રશ્ન આલેખની રીતે ઉકેલો. $x + 3y \geq 3$, $x + y \geq 2$, $x, y \geq 0$ શરતોને આધીન $Z = 3x + 5y$ નું ન્યૂનતમ મૂલ્ય શોધો. [3]

21) ત્રણ એક સરખી પેટીઓ I, II, અને III આપેલ છે. પેટી I માં બંને સિક્કા સોનાના છે. પેટી II માં બંને સિક્કા ચાંદીના છે. અને પેટી III માં એક સોનાનો અને એક ચાંદીનો સિક્કો છે. એક વ્યક્તિ યાદચ્છિક રીતે એક પેટી પસંદ કરે છે. અને તેમાંથી એક સિક્કો બહાર કાઢે છે. જો તે સિક્કો સોનાનો હોય તો પેટીમાં રહેલ બીજો સિક્કો પણ સોનાનો હોય તેની સંભાવના કેટલી? [3]

વિભાગ - C

- નીચે આપેલા પ્રશ્ન નંબર 22 થી 27 માંથી ગમે તે 4 પ્રશ્નોની વિસ્તારથી ગણતરી કરી જવાબ આપો. (દરેક પ્રશ્નના 4 ગુણ)

[16]

22) શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

માટે સાબિત કરો કે $A^3 - 6A^2 + 5A + 11I = O$ અને તે પરથી A^{-1} શોધો.

[4]

- 23) શ્રેણિક પદ્ધતિથી નીચેના સુરેખ સમીકરણોની સંહિતનો ઉકેલ મેળવો.

[4]

$$x - y + 2z = 7$$

$$3x + 4y - 5z = -5$$

$$2x - y + 3z = 12$$

- 24) જો કોઈક $c > 0$ માટે $(x-a)^2 + (y-b)^2 = c^2$ હોય તો સાબિત કરો કે $\frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$ એ

a અને b પર આધારીત નથી.

[4]

- 25) લંબવૃત્તિય શંકુની વક્રસપાટી ન્યૂનતમ હોય અને ઘનફળ આપેલ હોય ત્યારે શંકુની ઊંચાઈ એ તેના આધારની ત્રિજ્યા કરતાં $\sqrt{2}$ ગણી છે. તેમ સાબિત કરો.

[4]

26) $\int \frac{x^4}{(x-1)(x^2+1)} dx$ મેળવો.

[4]

- 27) બેન્કમાં રાખેલ મુદ્દલ વાર્ષિક 5% ના દરે સતત વધી રહ્યું છે. બેન્કમાં રૂ. 1,000 થાપણ તરીકે મૂક્યા છે. તો 10 વર્ષ પછી તે કેટલા થશે? ($e^{0.5} = 1.648$)

[4]

